

Total No. of Printed Pages—24

6 SEM FYUGP MTHC 6 C1/C2/C3

2026

(May/June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC6C1/6C2/6C3

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions.*

Paper : MTHC6C1

(Number Theory)

1. (a) ইউলাৰৰ উপপাদ্যটো লিখা। 1
Write Euler's theorem.
- (b) দেখুওৱা যে $\{5, 12, -3, -4, 7, 22\}(\text{mod } 6)$ 2
সংহতিটো এটা সম্পূৰ্ণ অৱশিষ্ট প্ৰণালী।
Show that the set
 $\{5, 12, -3, -4, 7, 22\}(\text{mod } 6)$
is a complete system of residue.

(2)

- (c) $70x+112y=168$ ৰ সাধাৰণ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা। 3
Find the general solution of
 $70x+112y=168$.

- (d) উইলছন'ৰ উপপাদ্যটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 5
State and prove Wilson's theorem.

অথবা / Or

চাইনীজ অৱশিষ্ট উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি সমীকৰণ প্ৰণালী
সমাধান কৰা :

Find the solution of the system with the
help of Chinese remainder theorem :

$$x \equiv 5 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 2 \pmod{9}$$

- (e) প্ৰমাণ কৰা যে $ax \equiv b \pmod{n}$ বৈধিক সমসংখ্যতা
সমাধানযোগ্য হ'ব যদি আৰু যদিহে b ক d ৰে বিভাজ্য
হ'ব য'ত d হৈছে a আৰু n ৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ
সাধাৰণ বিভাজক। 4

Prove that the linear congruence
 $ax \equiv b \pmod{n}$ has a solution iff $d|b$,
where $d = (a, n)$.

অথবা / Or

ফাৰ্মেট উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি 41^{75} ক 3 ৰে বিভাজন
কৰিলে অৱশিষ্ট নিৰ্ণয় কৰা।

Using Fermat's theorem, find the
remainder when 41^{75} is divided by 3.

26P/1230

(Continued)

(3)

2. (a) $\left[-\frac{5}{2}\right]$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 1
Find the value of $\left[-\frac{5}{2}\right]$.

- (b) $\tau(3000)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত $\tau(n)$ হৈছে n ৰ
ধনাত্মক বিভাজকৰ সংখ্যা। 2
Evaluate $\tau(3000)$ where $\tau(n)$ denotes the
number of positive divisors of n .

- (c) ম'বিয়াছ ফলন $\mu(n)$ ৰ সংজ্ঞা লিখা। 2
Write the definition of Mobius function
 $\mu(n)$.

- (d) প্ৰমাণ কৰা যে 3
Prove that
 $\mu(33) + \mu(34) + \mu(35) = 3$

অথবা / Or

$\phi(2520)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Evaluate $\phi(2520)$.

- (e) দেখুওৱা যে কোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n নাই যাৰ
বাবে $\sigma(n) = 10$ হয়। 2
Show that there is no positive integer n
satisfying $\sigma(n) = 10$.

- (f) যদি n এটা অমুখ অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা
যে $\phi(2n) = \phi(n)$ । 3
If n is an odd integer, then prove that
 $\phi(2n) = \phi(n)$.

26P/1230

(Turn Over)

(4)

অথবা / Or

দেখুওৰা যে

$\{-19, -1, 22, 43, 46, 79, 113, 452\}$

সংহতিটো হ্রস্বপ্রাপ্ত অৱশিষ্ট সমষ্টি।

Show that the set of integers

$\{-19, -1, 22, 43, 46, 79, 113, 452\}$

is a reduced residue system.

(g) প্রমাণ কৰা যে τ আৰু σ হৈছে গুণাত্মক ফলন। $2+2=4$

Prove that τ and σ are multiplicative functions.

অথবা / Or

প্রমাণ কৰা যে $n = 5186$ হলে সমতা $\phi(n) = \phi(n+1) = \phi(n+2)$ সত্য হয়। 4

Prove that the equality $\phi(n) = \phi(n+1) = \phi(n+2)$ holds when $n = 5186$.

(h) 2000 অত অন্তৰ্ভুক্ত 7 ব সৰ্বোচ্চ ঘাত নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the highest power of 7 contained in 2000 .

3. (a) n অনুসারে ভাগশেষৰ ভিত্তিত কোনো অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্রমব সংজ্ঞা দিয়া। 1

Write the definition of the order of an integer modulo n .

26P/1230

(Continued)

(5)

(b) দেখুওৰা যে 3 এটা 7 ব আদিম মূল। 2

Show that 3 is a primitive root of 7.

(c) যদি p এটা অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা আৰু a আৰু b যি কোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা p ব লগত সহমৌলিক হয়, তেন্তে দেখুওৰা যে লিজেন্ড্ৰৰ চিহ্ন

If p is an odd prime and a and b are any integers coprime to p , then show that the Legendre symbol

$$(i) \left(\frac{a^2}{p} \right) = 1$$

$$(ii) \left(\frac{ab}{p} \right) = \left(\frac{a}{p} \right) \left(\frac{b}{p} \right)$$

$2+2=4$

(d) প্রমাণ কৰা যে $8k+3$ ৰূপত মৌলিক সংখ্যা অসীম। 2

Prove that there exist infinitely many primes of the form $8k+3$.

(e) যদি p এটা অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা হয় আৰু a এটা অখণ্ড সংখ্যা য'ত $(a, p) = 1$, তেন্তে a এটা দ্বিঘাত অৱশিষ্ট $(\text{mod } p)$ হ'ব যদি আৰু যদিহে

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$$

5

If p is an odd prime and a is any integer such that $(a, p) = 1$, then a is a quadratic residue $(\text{mod } p)$ iff

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$$

26P/1230

(Turn Over)

(6)

অথবা / Or

যদি $p > 3$ এটা অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা হয়, তেজ্জে প্রমাণ কৰা যে

$$\left(\frac{-3}{p}\right) = \begin{cases} 1 & \text{যদি } p \equiv 1 \pmod{6} \\ -1 & \text{যদি } p \equiv 5 \pmod{6} \end{cases}$$

Prove that if $p > 3$ is an odd prime, then

$$\left(\frac{-3}{p}\right) = \begin{cases} 1 & \text{if } p \equiv 1 \pmod{6} \\ -1 & \text{if } p \equiv 5 \pmod{6} \end{cases}$$

(i) যদি p আৰু q দুটা ভিন্ন অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা হয়, তেজ্জে প্রমাণ কৰা যে

If p and q are distinct odd primes, then prove that

$$\left(\frac{p}{q}\right)\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\left(\frac{p-1}{2}\right)\left(\frac{q-1}{2}\right)}$$

অথবা / Or

(i) সমজা সমীকৰণ $x^2 + 3x + 11 \equiv 0 \pmod{13}$

অত সমাধান কৰা।

Solve the congruence

$$x^2 + 3x + 11 \equiv 0 \pmod{13}$$

26P/1230

(Continued)

(7)

(ii) যদি a এটা অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেজ্জে দেখুওৱা যে $x^2 \equiv a \pmod{4}$ ৰ সমাধান থাকিব যদি আৰু যদিহে $a \equiv 1 \pmod{4}$ হয়।

2

If a is an odd integer, then show that $x^2 \equiv a \pmod{4}$ has a solution iff $a \equiv 1 \pmod{4}$.

4. (a) পাইথাগোৰাছ ত্ৰয়ীৰ সংজ্ঞা দিয়া। কেতিয়া এই ত্ৰয়ীক আদিম বুলি কোৱা হয়?

1+1=2

Write the definition of Pythagorean triple. When is this triple said to be primitive?

(b) ফাৰমেটৰ অন্তিম উপপাদ্যটো লিখা।

1

Write Fermat's last theorem.

(c) প্রমাণ কৰা যে 3, 4, 5 একমাত্র আদিম পাইথাগোৰাছ ত্ৰয়ী য'ত সংখ্যাকেইটা ধাৰাবাহিক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

4

Prove that 3, 4, 5 is the only primitive Pythagorean triple involving consecutive positive integers.

অথবা / Or

$C \equiv 5p + 11 \pmod{26}$ লিনিয়াৰ চাইফাৰ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ বার্তাটো এনক্রিপ্ট কৰা :

Using the linear cipher $C \equiv 5p + 11 \pmod{26}$ encrypt the following message :

NUMBER THEORY IS EASY

26P/1230

(Turn Over)

(8)

Paper : MTHC6C2

(Mechanics)

1. (a) ক্ষেত্রফলৰ দ্বিতীয় মুহূৰ্ত আৰু ক্ষেত্রফলৰ গুণফলৰ সংজ্ঞা দিয়া। $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=3$

Define second moment of area and product of area.

- (b) এটা সমতল পৃষ্ঠ x -অক্ষ, বক্রবেধা $y^2 = 25x$ আৰু বেধা $x=10$ দ্বাৰা সীমাবদ্ধ। x আৰু y অক্ষৰ সাপেক্ষে অঞ্চলৰ মুহূৰ্তবোৰ গণনা কৰা। 3

A plane surface is bounded by x -axis, the curve $y^2 = 25x$ and the line $x=10$. Calculate the moments of the area about x and y axes.

- (c) বক্রবেধা $y = x^2$ আৰু $y^2 = 3x$ ৰ দ্বাৰা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফলৰ বাবে I_{xx} , I_{yy} আৰু I_{xy} নিৰ্ণয় কৰা। $2+2+2=6$

Find I_{xx} , I_{yy} and I_{xy} for the area bounded by the curves $y = x^2$ and $y^2 = 3x$.

(9)

অথবা / Or

ধ্রুৱক ক্ষেত্র জড়তা মুহূৰ্তৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্রমাণ কৰা যে ব্যাসার্ধ r যুক্ত এখন বৃত্তীয় ক্ষেত্রফলৰ কেন্দ্ৰত ধ্রুৱক ক্ষেত্র জড়তা মুহূৰ্ত $\frac{\pi r^4}{2}$ হয়। 6

Define polar moment of area. Show that the polar moment of area of a circular area of radius r is $\frac{\pi r^4}{2}$ at the centre.

2. (a) ঘৰ্ষণ সহগ বুজিলে কি বুজা যায়? 2
What is coefficient of friction?

- (b) 500 কিলোগ্রাম ভৰৰ আয়তাকাৰ কংক্ৰীটৰ ব্লকটোৰ অনুভূমিক অৱস্থান 5° কোণযুক্ত এটা বেজৰ সহায়ত বল P ৰ প্ৰভাৱত সমন্বয় কৰা হৈছে। যদি দুয়োটা বেজৰ পৃষ্ঠৰ বাবে ঘৰ্ষণ সহগ 0.30 হয় আৰু ব্লক আৰু অনুভূমিক পৃষ্ঠৰ মাজৰ ঘৰ্ষণ সহগ 0.60 হয়, তেন্তে ব্লকটো সৰাবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা সৰ্বনিম্ন বল P নিৰ্ণয় কৰা। 6

The horizontal position of the 500 kg rectangular block of concrete is adjusted by the 5° wedge under the action of the force P . If the coefficient of friction for both wedge surfaces is 0.30 and the coefficient of friction between block and horizontal surface is 0.60, then determine the least force P required to move the block.

26P/1230

(Continued)

26P/1230

(Turn Over)

(10)

অথবা / Or

ওজন W থকা এখন মসৃণ গোলক এখন উলম্ব দেৱাল আৰু এখন প্ৰিজমৰ মাজত অৱস্থিত থাকে, যাৰ এখন পৃষ্ঠ অনুভূমিক তলত অৱস্থিত। যদি অনুভূমিক তল আৰু প্ৰিজমৰ মাজৰ ঘৰ্ষণ সহগ μ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে সাম্যাৱস্থাৰ সৈতে সঙ্গতিপূৰ্ণ প্ৰিজমৰ সৰ্বনিম্ন ওজন

$$W \left(\frac{\tan \alpha}{\mu} - 1 \right)$$

হয়, য'ত α হৈছে গোলকৰ সৈতে সংস্পৰ্শত থকা পৃষ্ঠখনৰ অনুভূমিকৰ সৈতে ঢালৰ কোণ।

A smooth sphere of weight W rests between a vertical wall and a prism, one of whose faces rests on a horizontal plane. If the coefficient of friction between the horizontal and prism is μ , then show that the least weight of the prism consistent with the equilibrium is

$$W \left(\frac{\tan \alpha}{\mu} - 1 \right)$$

where α is the inclination to the horizon of the face in contact with the sphere.

3. (a) সংৰক্ষণশীল বল ক্ষেত্ৰৰ এটা উদাহৰণ দিয়া। 1

Give one example of conservative force field.

26P/1230

(Continued)

(11)

(b) দেখুওৱা যে এখন সংৰক্ষণশীল বল ক্ষেত্ৰ কেৱল অৱস্থানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল এক ফলন আৰু ই এটা স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰৰ গ্ৰেডিয়েণ্ট হয়। 3

Show that a conservative force field is a function of position and gradient of a scalar field.

(c) দেখুওৱা যে এটা কণাৰ গতিৰ সময়ছোৱাত তাৰ বিভৱ শক্তি আৰু গতি শক্তিৰ যোগফল সকলো সময়তে স্থিৰ থাকে।

এটা কণাক আৰম্ভণিত শূন্য বেগেৰে এটা ঘৰ্ষণহীন নলীত তললৈ এৰি দিয়া হৈছে। গতিৰ সময়ত যদি উলম্ব অৱতৰণ h ফুট হয়, তেন্তে বেগৰ পৰিমাণ কিমান হ'ব? 3+2=5

Show that the sum of the potential energy and the kinetic energy for a particle remains constant for all times during the motion of the particle.

A particle is dropped with zero initial velocity down a frictionless chute. What is the magnitude of the velocity if the vertical drop during the motion is h ft?

অথবা / Or

তলত দিয়া সংৰক্ষণশীল বল ক্ষেত্ৰটো দিয়া আছে

$$\vec{F} = (10z + y)\hat{i} + (15yz + x)\hat{j} + \left(10x + \frac{15y^2}{2}\right)\hat{k}$$

বল বিভৱ (force potential) নিৰ্ণয় কৰা।

26P/1230

(Turn Over)

(12)

আৰু, $\vec{F}$ এ বিন্দুটোক $\vec{r}_1 = 10\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ৰ পৰা $\vec{r}_2 = -2\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$ লৈ গমনৰ সময়ত কৰা কাম নিৰ্ণয় কৰা।

5

Given the following conservative force field

$$\vec{F} = (10z + y)\hat{i} + (15yz + x)\hat{j} + \left(10x + \frac{15y^2}{2}\right)\hat{k}$$

Find the force potential.

Also, calculate the work done by $\vec{F}$ on a particle going from $\vec{r}_1 = 10\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ to $\vec{r}_2 = -2\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$.

4. (a) এটা reference xyz এই দৰে গতি কৰিছে যে সময় t ত মূলবিন্দু O ৰ XYZ ৰ প্ৰতি আপেক্ষিক বেগ দিয়া হৈছে

$$\vec{V}_O = 6\hat{i} + 12\hat{j} + 13\hat{k}$$

xyz reference টোৰ XYZ ৰ প্ৰতি সময় t ত কোণীয় বেগ দিয়া হৈছে

$$\vec{\omega} = 10\hat{i} + 12\hat{j} + 2\hat{k}$$

xyz ত $(3, 2, -5)$ ৰ পৰা $(-2, 4, 6)$ লৈ যোৱা নিৰ্দেশিত বেক্ষাংশ ρ ৰ XYZ ৰ প্ৰতি সময় অনুসৰি পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ নিৰ্ণয় কৰা।

3

26P/1230

(Continued)

(13)

A reference xyz is moving such that the origin O has at time t a velocity relative to XYZ given as

$$\vec{V}_O = 6\hat{i} + 12\hat{j} + 13\hat{k}$$

The xyz reference has an angular velocity relative to XYZ at time t given as

$$\vec{\omega} = 10\hat{i} + 12\hat{j} + 2\hat{k}$$

What is the time rate of change of a directed line segment ρ going from $(3, 2, -5)$ to $(-2, 4, 6)$ in xyz relative to XYZ ?

- (b) দৃঢ় বস্তুৰ স্থানান্তৰণ গতি আৰু আবৰ্তন (rotation) বুলি কি বুজা?

2+2=4

What do you mean by translation and rotation of rigid body?

- (c) এখন বিমান 200 ফুট/ছেকেণ্ড বেগেৰে গতি কৰিছে আৰু 2 ৰেডিয়ান/মিনিট হাৰত ৰোল (roll) কৰি আছে। বিমানখন অনুভূমিক অৱস্থাত থাকোঁতে এটা এণ্টেনা বিমানখনৰ প্ৰতি আপেক্ষিকভাৱে 8 ফুট/ছেকেণ্ড বেগেৰে বাহিৰলৈ সৰি আছে আৰু ই বিমানখনৰ কেন্দ্ৰ বেখাৰ পৰা 10 ফুট দূৰত অৱস্থিত। যদি আমি ধৰি লওঁ যে ৰোলৰ অক্ষটো কেন্দ্ৰ বেখাৰ সৈতে মিল খায়, তেন্তে ভূমিৰ প্ৰতি এণ্টেনাৰ শেষ প্ৰান্তৰ বেগ কিমান হ'ব?

4

26P/1230

(Turn Over)

(14)

An airplane moving at 200 ft/sec is undergoing a roll of 2 rad/min. When the plane is horizontal, an antenna is moving out at a speed of 8 ft/sec relative to the plane and is at a position of 10 ft from the centre line of the plane. If we assume that the axis of roll corresponds to the centre line, what is the velocity of the antenna end relative to the ground?

অথবা / Or

Chasles ৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰা আৰু প্রমাণ কৰা।
State and prove Chasles' theorem.

5. (a) এটা কণাৰ বাবে পৰস্পৰে ইচ্ছামতে গতি কৰা দুটা reference প্রণালীৰ ক্ষেত্ৰত ত্বৰণ ভেক্টৰসমূহৰ মাজৰ সম্পর্ক স্থাপন কৰা।

Establish the relation between acceleration vectors of a particle for two systems of references moving arbitrarily relative to each other.

অথবা / Or

এটা নির্দিষ্ট বিন্দুৰ বিষয়ে ঘূৰাই থকা কঠিন দেহৰ গতি শক্তি নির্ণয় কৰা।

Find the kinetic energy of a rigid body rotating about a fixed point.

26P/1230

(Continued)

(15)

- (b) এটা একক কণাৰ বাবে কৌণিক ভৰবেগ (moment of momentum) ৰ সমীকৰণ উৎপন্ন কৰা।

Derive the moment of momentum equation for a single particle.

6. (a) $\vec{F}_1 = 10\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$ বলটো (3, 0, 2) বিন্দুত কাৰ্য কৰে। (0, 2, -3) বিন্দুত সমান কিন্তু বিপৰীত দিশৰ বল $-\vec{F}_1$ কাৰ্য কৰে। Couple moment নির্ণয় কৰা।

A force $\vec{F}_1 = 10\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$ acts at the point (3, 0, 2). At point (0, 2, -3), an equal but opposite force $-\vec{F}_1$ acts. Calculate the couple moment.

- (b) দেখুওৱা যে এখন দেহৰ ওপৰত কাৰ্য কৰা যি কোনো সংখ্যক সমতলীয় (coplanar couple) একেটা couple ৰ সমতুল্য, যাৰ moment সেই সকলোবোৰ couple ৰ moment সমূহৰ বীজগাণিতিক যোগফলৰ সমান।

Show that any number of coplanar couples, acting on a body is equivalent to a single couple whose moment is equal to the algebraic sum of the moments of the couples.

26P/1230

(Turn Over)

অথবা / Or

দেখুওৱা যে একে সমতলত থকা দুটা couple যাব moment সমান আৰু একে চিহ্নৰ, সিহঁত ইটোৱে সিটোৰ সমতুল্য।

Show that two couples in the same plane whose moments are equal and of the same sign are equivalent to one another.

7. (a) যি কোনো সংখ্যক সমবিন্দুগামী (concurrent) বলৰ সাম্যাবস্থাৰ চৰ্তসমূহ লিখা।

1

Write down the condition of equilibrium of any number of concurrent forces.

- (b) তিনিটা বল $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ যি কেৱল $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$ ৰ সৈতে কাৰ্য কৰে, সাম্যাবস্থাত আছে। যদি O ত্ৰিভুজ ABC ৰ circum-centre হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{P}{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{a^2}{b^2c^2}} = \frac{Q}{\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} - \frac{b^2}{c^2a^2}} = \frac{R}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{c^2}{a^2b^2}}$$

য'ত a, b, c হৈছে ক্ৰমে $\vec{BC}$, $\vec{CA}$, $\vec{AB}$ ৰ দৈৰ্ঘ্য।

5

Three forces $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ acting along $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$ are in equilibrium. If O be the circum-centre of the triangle ABC , then show that

$$\frac{P}{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} - \frac{a^2}{b^2c^2}} = \frac{Q}{\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} - \frac{b^2}{c^2a^2}} = \frac{R}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{c^2}{a^2b^2}}$$

where a, b, c are the lengths of the sides $\vec{BC}$, $\vec{CA}$, $\vec{AB}$.

অথবা / Or

15 নিউটন ওজনৰ এখন বৈদ্যুতিক বাতি এটা বিন্দু C ত দুটা সূতা AC আৰু BC ৰ সহায়ত ওলমি আছে। সূতা AC অনুভূমিকৰ সৈতে 60° কোণত আৰু BC অনুভূমিকৰ সৈতে 45° কোণত ঢালু। Free-body diagram অংকন কৰা আৰু সূতা AC আৰু BC ত থকা বল নিৰ্ণয় কৰা।

An electric light fixture weighing 15 N hangs from a point C by two strings AC and BC . The string AC is inclined at 60° to the horizontal and BC at 45° to the horizontal. Draw the free-body diagram and determine the forces in the strings AC and BC .

Paper : MTHC6C3
(Hydro-mechanics)

1. (a) আদৰ্শ তৰলৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define ideal fluid.
- (b) প্ৰবাহ বেখা আৰু কণিকা পথৰ মাজৰ পাৰ্থক্য লিখা। 2
Write the difference between streamlines and pathlines.
- (c) ভৰ্টিচিটি ভেক্টৰৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু কাৰ্টেছিয়ান স্থানাংকত ইয়াৰ উপাংশসমূহ উলিওৱা। 1+2=3
Define vorticity vector and find the components of vorticity vector in Cartesian coordinates.
- (d) কাৰ্টেছিয়ান স্থানাংকত সংহতি সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 6
Deduce the equation of continuity in Cartesian coordinates.

অথবা / Or

প্ৰবাহ ক্ষেত্ৰত বেগ ভেক্টৰ এনেদৰে দিয়া হৈছে

$$\vec{q} = i(Ax - By) + j(Bx - Cz) + k(Cy - Ax)$$

ঘূৰ্ণন বেখাসমূহৰ সমীকৰণসমূহ নিৰ্ণয় কৰা।

The velocity vector in the flow field is given by

$$\vec{q} = i(Ax - By) + j(Bx - Cz) + k(Cy - Ax)$$

Determine the equations of the vortex lines.

26P/1230

(Continued)

2. (a) ঘাতীয় চাপৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define impulsive pressure.
- (b) শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা : 1
কোনো তৰলৰ যি কোনো বিন্দুত থকা ঘাতীয় চাপ প্ৰত্যেক দিশতে একে।
State True or False :
Impulsive pressure at any point in a fluid is the same in every direction.
- (c) কাৰ্টেছিয়ান স্থানাংকত ইউলাৰৰ গতিৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 7
Derive Euler's equation of motion in Cartesian coordinates.

অথবা / Or

এটা R ব্যাসার্ধৰ গোলক, যাৰ কেন্দ্ৰ স্থিৰ অৱস্থাত আছে, যি অসীম আৰু অসংকোচনীয় তৰলত কেন্দ্ৰাভিমুখী কম্পন কৰে, যি তৰলৰ ঘনত্ব ρ আৰু অসীম দূৰত্বত স্থিৰ থাকে। যদি অসীম অৱস্থাত চাপ π হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে t সময়ত পৃষ্ঠত চাপ

$$\pi + \frac{1}{2}\rho \left[\frac{d^2 R^2}{dt^2} + \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \right]$$

A sphere of radius R , whose centre is at rest, vibrates radially in an infinite incompressible fluid of density ρ , which is at rest at infinity. If the pressure at infinity is π , show that the pressure at the surface of the sphere at time t is

$$\pi + \frac{1}{2}\rho \left[\frac{d^2 R^2}{dt^2} + \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \right]$$

26P/1230

(Turn Over)

3. (a) স্থিৰ আৰু ঘূৰ্ণনহীন গতিৰ বাবে বাৰ্নোলিৰ সমীকৰণ লিখা।

Write Bernoulli's equation for steady irrotational motion.

- (b) শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

এচাইক্লিক ঘূৰ্ণনহীন গতি এনে এক তৰলত সম্ভৱ যি অসীমত স্থিৰ থাকে আৰু ভিতৰৰ ফালে স্থিৰ কঠিন দেৱালেৰে সীমাবদ্ধ থাকে।

State True or False :

Acyclic irrotational motion is possible in a liquid which is at rest at infinity and is bounded internally by fixed rigid walls.

- (c) একত্বতাৰ উপপাদ্য লিখা।

Write uniqueness theorem.

- (d) কেলভিনৰ চাৰ্কুলেচন উপপাদ্য লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

State and prove Kelvin's circulation theorem.

অথবা / Or

প্ৰমাণ কৰা যে এটা সীমাবদ্ধ অসংকোচনীয় অসান্দিক তৰলৰ ভৰৰ এচাইক্লিক অঘূৰ্ণনীয় গতিৰ দুটা ভিন্ন ৰূপ থাকিব নোৱাৰে, যেতিয়া সীমাসমূহৰ বেগ নিৰ্ধাৰিত থাকে।

Prove that there cannot be two different forms of acyclic irrotational motions of a confined mass of incompressible inviscid liquid, when the boundaries have prescribed velocities.

4. (a) তৰল চাপৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define fluid pressure.

- (b) নিৰ্দিষ্ট আপেক্ষিক গুৰুত্বৰ বিভিন্ন পদাৰ্থৰ দিয়া ওজনৰ মিশ্ৰণ এটাৰ আপেক্ষিক গুৰুত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

Find the specific gravity of a mixture of given weights of different substances whose specific gravities are given.

- (c) এটা সূক্ষ্ম বৃত্তাকাৰ নলী উলম্ব সমতলত আছে। ইয়াত δ ঘনত্বৰ তৰলৰ এটা স্তম্ভ থাকে যি কেন্দ্ৰত সমকোণ সৃষ্টি কৰে আৰু δ' ঘনত্বৰ আন এটা স্তম্ভ থাকে যি α কোণ সৃষ্টি কৰে। যদি θ হৈছে সেই ব্যাসার্ধৰ কোণ যি সাধাৰণ পৃষ্ঠৰ মাজেৰে যায় আৰু উলম্বৰ সৈতে গঠন কৰে, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\tan \theta = \frac{\delta - \delta' + \delta' \cos \alpha}{\delta + \delta' \sin \alpha}$$

A fine circular tube in the vertical plane contains a column of liquid of density δ , which subtends a right angle at the centre, and a column of density δ' subtending angle α . If θ is the angle that the radius through the common surface makes with the vertical, prove that

$$\tan \theta = \frac{\delta - \delta' + \delta' \cos \alpha}{\delta + \delta' \sin \alpha}$$

অথবা / Or

এটা আয়তাকার আকৃতিৰ ক্ষেত্র এটা গধুৰ সমজাতীয় তৰলত দুটা পাৰ্শ্ব অনুভূমিক হিচাপে নিমজ্জিত কৰা হৈছে আৰু অনুভূমিক বেখাবে দ্বিপসমূহত বিভক্ত কৰা হৈছে, য'ত প্রতিটো দ্বিপৰ ওপৰত মুঠ থ্রাষ্ট সমান। যদি a, b, c তিনিটা পৰস্পৰ দ্বিপৰ প্রস্থ হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $a(a+b)(b-c) = c(b+c)(a-b)$.

A rectangular area is immersed in a heavy homogeneous liquid with two sides horizontal and is divided by horizontal lines into strips on which the total thrusts are equal. If a, b, c are the breadths of three consecutive strips, prove that $a(a+b)(b-c) = c(b+c)(a-b)$.

5. (a) খালী ঠাই পূৰ কৰা :

1

তৰলত নিমজ্জিত এটা সমতল ক্ষেত্রৰ _____ গভীৰতা সেই এলেকাৰ গুৰুত্ব কেন্দ্ৰৰ গভীৰতাতকৈ বেছি হয়।

Fill in the blank :

The depth of the _____ of a plane area immersed in a liquid is greater than the depth of the centre of gravity.

(b) উল্লম্ব ফল থ্রাষ্টৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define resultant vertical thrust.

(c) তৰলত নিমজ্জিত সমতল পৃষ্ঠৰ চাপৰ কেন্দ্ৰ নির্ণয় কৰা।

4

Find the centre of pressure of a plane area immersed in a fluid.

26P/1230

(Continued)

(d) তৰলত নিমজ্জিত ত্রিভুজাকার এলেকাৰ চাপৰ কেন্দ্ৰ নির্ণয় কৰা, য'ত দীৰ্ঘবিন্দু তৰলৰ পৃষ্ঠত অৱস্থিত আৰু ভূমি অনুভূমিক অৱস্থাত আছে।

5

Find the centre of pressure of a triangular area immersed in a liquid with its vertex in the surface and base horizontal.

অথবা / Or

এটা শংকু আকাৰৰ ৰাইন গ্লাছ পানীৰে পূৰ্ণ কৰি উলোটাই অৱস্থাত টেবুলৰ ওপৰত ৰখা হৈছে। দেখুওৱা যে পানীৰ দ্বাৰা গ্লাছৰ ওপৰত পৰা ফলাফলমূলক উল্লম্ব ঠেলা পানীৰ ওজনৰ দুই তৃতীয়াংশ টেবুলৰ ওপৰত পৰে।

A conical wine glass is filled with water and placed in an inverted position upon a table; show that the resultant vertical thrust of the water on the glass is two-thirds that on the table.

6. (a) প্লাবন পৃষ্ঠৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define surface of floatation.

(b) খালী ঠাই পূৰণ কৰা :

1

যদি মেটা-কেন্দ্ৰটো গুৰুত্ব কেন্দ্ৰৰ ওপৰত থাকে, তেন্তে সাম্য অৱস্থা _____।

Fill in the blank :

If the meta-centre is above the centre of gravity, the equilibrium is _____.

26P/1230

(Turn Over)

- (c) দুটা মিহলি নোহোৱা তৰল পদাৰ্থত ওপঙি থকা এটা বস্তুৰ সাম্যাবস্থাৰ চৰ্ত লিখা।

2

Write the condition of equilibrium if a body floats in two liquids which do not mix.

- (d) এটা কঠিন শংকু, যি অৰ্ধ-উলম্ব কোণ α , আপেক্ষিক গুৰুত্ব σ , ρ আপেক্ষিক গুৰুত্বৰ তৰল পদাৰ্থত তাৰ অৰ্দ্ধ উলম্ব আৰু শীৰ্ষ তললৈ মুখ কৰি সাম্যাবস্থাত থাকে। সাম্যাবস্থা স্থিৰ হোৱাৰ চৰ্তটো নিৰ্ণয় কৰা।

5

A solid cone, of semi-vertical angle α , specific gravity σ floats in equilibrium in the liquid of specific gravity ρ with its axis vertical and vertex downwards. Determine the condition for which the equilibrium is stable.

অথবা / Or

দুটা কঠিন পদাৰ্থক পৰ্যায়ক্ৰমে তিনিটা ভিন্ন ঘনত্বৰ সমজাতীয় তৰল পদাৰ্থত ওজন কৰা হৈছে। যদি এটা ওজন w_1, w_2, w_3 আৰু আনটোৰ ওজন W_1, W_2, W_3 হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$w_1(W_2 - W_3) + w_2(W_3 - W_1) + w_3(W_1 - W_2) = 0$$

Two solids are each weighed in succession in three homogeneous liquids of different densities. If the weights of the one are w_1, w_2, w_3 and those of the other are W_1, W_2, W_3 , then prove that

$$w_1(W_2 - W_3) + w_2(W_3 - W_1) + w_3(W_1 - W_2) = 0$$
