

Total No. of Printed Pages—12

2 SEM FYUGP MINSTS 2

2026

(May/June)

STATISTICS

(Minor)

Paper : MINSTS-2

(Basic Probability Theory and Distributions)

Full Marks : 50 (60 for 2023 Batch)

Time : 2 hours (3 hours for 2023 Batch)

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : $1 \times 6 = 6$

Choose the correct answer from the following alternatives :

(a) এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সম্ভৱপৰ সকলো ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা সদায়

The probability of all possible outcomes of a random experiment is always

(i) অসীম / infinite

(ii) শূন্য / zero

(iii) এক / one

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয় / None of the above

(2)

(b) মানুহৰ উচ্চতাটো এটা

The height of a person is a

(i) অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

continuous random variable

(ii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

discrete random variable

(iii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয়, অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয়

neither discrete random variable nor continuous random variable

(iv) বিচ্ছিন্ন আৰু লগতে অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক
discrete as well as continuous random variable

(c) যদি এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন $f(x)$ হয়, তেন্তে

If the probability density function of a continuous random variable X is $f(x)$, then

(i) $0 < f(x) < 1$

(ii) $f(x) > 1$

(iii) $-1 < f(x) < 1$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

26P/957

(3)

(d) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক আৰু মাধ্য μ হয়, তেন্তিয়া $E(X - \mu)^r$ ক কোৱা হয়

If X is a random variable with mean μ , then $E(X - \mu)^r$ is called

(i) প্ৰসৰণ

variance

(ii) r তম স্বেচ্ছ ঘূৰ্ণক

r th raw moment

(iii) r তম কেন্দ্ৰীয় ঘূৰ্ণক

r th central moment

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) স্মৃতিহীন বৈশিষ্ট্য থকা বন্টনটো হৈছে

The distribution possessing the memoryless property is

(i) গামা বন্টন

gamma distribution

(ii) গুণোত্তৰ বন্টন

geometric distribution

(iii) অতি গুণোত্তৰ বন্টন

hypergeometric distribution

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা

All of the above

(4)

(f) প্রসামান্য বন্টনৰ প্ৰাচলৰ সংখ্যা হৈছে

The number of parameters of the normal distribution is

- (i) 1
- (ii) 2
- (iii) 3
- (iv) 4

2. তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া : $2 \times 5 = 10$

Answer the following questions in brief :

(a) পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনা একেনে? যুক্তিৰ সৈতে কাৰণ দেখুওৱা।

Are mutually exclusive and independent events the same? Justify with reasons.

(b) একেলগে তিনিটা ক্ৰটিমুক্ত মুদ্ৰা নিক্ষেপণ কৰিলে পোৱা মুণ্ড সংখ্যাৰ সম্ভাৱিতাৰ বন্টন নিৰ্ণয় কৰা।

Find the probability distribution of the number of heads when three fair coins are tossed simultaneously.

(c) দেখুওৱা যে $E(CX) = CE(X)$, য'ত C হৈছে যি কোনো এটা ধ্ৰুৱক।

Show that $E(CX) = CE(X)$, where C is any constant.

26P/957

(Continued)

(5)

(d) আঘূৰ্ণজনক ফলনৰ একক উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা।

State the uniqueness theorem of moment generating function.

(e) কিছুমান বাস্তৱ জীৱনৰ উদাহৰণ উল্লেখ কৰা য'ত পয়ছ বন্টন প্ৰযোজ্য হয়।

Write some real-life examples where Poisson distribution is applicable.

3. (a) উদাহৰণৰ সৈতে যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া। সম্ভাৱিতাৰ গাণিতিক সূত্ৰটোৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ উল্লেখ কৰা। যি কোনো দুটা ঘটনা A আৰু B ৰ বাবে সম্ভাৱিতাৰ গুণাত্মক তত্ত্বটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

$3+2+3=8$

Define random experiment with examples. State the limitations of mathematical definition of probability. State and prove the multiplication law of probability for any two events A and B .

অথবা / Or

(b) দুটা ঘটনাৰ বাবে চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৱিতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। এটা দৌৰ প্ৰতিযোগিতাত খেলুৱৈ A আৰু B ৰ জয়ী হোৱাৰ সম্ভাৱিতা যথাক্ৰমে $\frac{1}{7}$ আৰু $\frac{1}{8}$. এওঁলোক দুজনৰ কোনো এজনে প্ৰতিযোগিতাত জয়ী নোহোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

26P/957

(Turn Over)

(6)

X , Y আৰু Z ৰ মেনেজাৰ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা ক্ৰমে $\frac{4}{9}$, $\frac{2}{9}$ আৰু $\frac{1}{3}$. X , Y আৰু Z মেনেজাৰ হ'লে বোনাছ আঁচনি প্ৰবৰ্তন কৰাৰ সম্ভাৱিতা ক্ৰমে $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{4}{5}$.

(i) বোনাছ আঁচনি প্ৰবৰ্তন কৰাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

(ii) যদি বোনাছ আঁচনিখন আৰম্ভ কৰা হৈছে, তেন্তে নিযুক্ত মেনেজাৰজন X হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

$$2+2+4=8$$

Define conditional probability for two events. Two players A and B have probabilities $\frac{1}{7}$ and $\frac{1}{8}$ respectively to win a race. What is the probability that neither will win?

The probabilities of X , Y and Z becoming managers are $\frac{4}{9}$, $\frac{2}{9}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. The probabilities that the Bonus scheme will be introduced if X , Y and Z becomes managers are $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$ and $\frac{4}{5}$ respectively.

(i) What is the probability that Bonus scheme will be introduced?

(ii) If the Bonus scheme has been introduced, then what is the probability that the manager appointed was X ?

26P/957

(Continued)

(7)

4. (a) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ পাৰ্থক্য উল্লেখ কৰা। বণ্টন ফলন বুলিলে কি বুজা? সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ প্ৰাথমিক বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ সম্ভাৱিতাব ঘনত্ব ফলন হৈছে $f(x) = Ax^3$; $0 \leq x \leq 1$. A ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$2+2+3+2=9$$

Distinguish between discrete and continuous random variable. What do you understand by a distribution function? State the basic properties of probability density function. A continuous random variable X has the probability density function $f(x) = Ax^3$; $0 \leq x \leq 1$. Determine the value of A .

অথবা / Or

- (b) যদি $F(x, y)$, X আৰু Y ৰ যুটীয়া বিতৰণ ফলন হয়, তেন্তে X আৰু Y ৰ প্ৰান্তিক বিতৰণৰ বাবে বিতৰণ ফলন কি হ'ব? $X = x$ অৱস্থাত Y ৰ চৰ্তসাপেক্ষে বিতৰণৰ অৰ্থ কি? ধৰাহওক দ্বিমাত্রিক অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক (X, Y) ৰ যুটীয়া সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{অন্যহাতে} \end{cases}$$

(i) পৰীক্ষা কৰা যে $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dx dy = 1$.

(ii) নিৰ্ণয় কৰা $P(X+Y < 1)$.

$$3+2+4=9$$

26P/957

(Turn Over)

(8)

If $F(x, y)$ be the joint distribution function of X and Y , what will be the distribution functions for the marginal distribution of X and Y ? What is meant by the conditional distribution functions for the marginal distribution of X and Y ? What is meant by the conditional distribution of Y under the condition that $X=x$? Suppose that two-dimensional continuous r.v. (X, Y) has joint p.d.f.

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(i) Verify that $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dx dy = 1$.

(ii) Find $P(X+Y < 1)$.

5. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া : $5 \times 2 = 10$

Answer any two from the following questions :

(a) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে গাণিতিক প্রত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি X আৰু Y দুটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) \quad 2+3=5$$

26P/957

(Continued)

(9)

Define mathematical expectation for discrete and continuous random variables. If X and Y are two continuous random variables, then show that

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

(b) ধৰা হ'ল

$$f(x, y) = 8xy; 0 < x < y \\ = 0; \text{ অন্যহাতে}$$

নিৰ্ণয় কৰা—

$$(i) E(Y | X = x)$$

$$(ii) E(XY | X = x)$$

2+3=5

Let

$$f(x, y) = 8xy; 0 < x < y \\ = 0; \text{ otherwise}$$

Find—

$$(i) E(Y | X = x)$$

$$(ii) E(XY | X = x)$$

(c) কুমুলেণ্টৰ সংজ্ঞা দিয়া। কুমুলেণ্ট আৰু কেন্দ্ৰীয় ঘূৰ্ণকৰ মাজৰ সম্বন্ধ স্থাপন কৰা। $2+3=5$

Define cumulants. State the relationship between cumulants and central moments.

(Turn Over)

26P/957

(10)

- (d) এটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বৈশিষ্ট্যমূলক ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে দুটা স্বতন্ত্ৰ চলকৰ যোগফলৰ বৈশিষ্ট্যমূলক ফলন তেওঁলোকৰ বৈশিষ্ট্যমূলক কাৰ্যৰ গুণফলৰ সমান।

2+3=5

Define the characteristic function of a random variable. Show that the characteristic function of the sum of two independent variables is equal to the product of their characteristic function.

6. (a) কি পৰিস্থিতিত দ্বিপদ বণ্টন প্ৰযোজ্য হয়? বাস্তৱ জীৱনত ঋণাত্মক দ্বিপদ বণ্টন উপলব্ধি হোৱাৰ পৰিস্থিতি উল্লেখ কৰা। গুণোত্তৰ বণ্টনৰ মাধ্যম নিৰ্ণয় কৰা।

2+2+3=7

Under what conditions binomial distribution is applicable? Give a situation in real life where the negative binomial distribution is likely to be realized. Obtain the mean of geometric distribution.

অথবা / Or

- (b) প্ৰসামান্য বণ্টন আৰু প্ৰসামান্য সম্ভাৱিতা বক্ৰৰ মুখ্য বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। সূচকীয় বণ্টনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটো উল্লেখ কৰা।

3+2+2=7

Mention the chief characteristics of normal distribution and normal probability curve. State the properties of exponential distribution. State the additive property of Gamma distribution.

26P/957

(Continued)

(11)

(২০২৩ চনৰ পৰীক্ষাৰ্থীৰ বাবে অতিৰিক্ত ১০ নম্বৰ)

(Additional 10 marks for 2023 Batch)

7. দেখুওৱা যে অসম্ভৱ ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা শূন্য।
Show that the probability of impossible event is zero. 2

8. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া :
Answer any two from the following questions : 4×2=8

- (a) উদাহৰণৰ সৈতে সমান সম্ভাৱিতা ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা এটা অধিবৰ্ষত 53টা মংগলবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? 1+3=4

Define equally likely event with examples. What is the chance that a leap year selected at random will contain 53 Tuesdays?

- (b) দ্বিমাত্রিক যাদৃচ্ছিক চলক (X, Y) ৰ যুটীয়া সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন দিয়া হৈছে।

$$f(x, y) = 2; 0 < x < 1, 0 < y < x \\ = 0; \text{ অন্যহাতে }.$$

- (i) X আৰু Y ৰ প্ৰান্তীয় ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Y ৰ সপ্ৰতিবন্ধ ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা, দিয়া আছে
 $X = x$.

4

26P/957

(Turn Over)

The joint probability density function of two-dimensional random variable (X, Y) is given by

$$f(x, y) = 2; 0 < x < 1, 0 < y < x \\ = 0; \text{ otherwise}$$

(i) Find marginal density function of X and Y .

(ii) Find the conditional density function of Y given $X = x$.

(c) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয় আৰু $f(x) = C(1-x); 0 < x < 1$, তেন্তে (i) $E(X)$ আৰু (ii) $V(X)$ ৰ মান নির্ণয় কৰা। 2+2=4

If X is a random variable and $f(x) = C(1-x); 0 < x < 1$, then find the values of (i) $E(X)$ and (ii) $V(X)$.
