Total No. of Printed Pages—8

4 SEM FYUGP MTHC4A

2026

(May/June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC4A

(Numerical Methods)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. *(a)* নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতিৰ অভিসৰণৰ ক্ৰম কিমান? 1

What is the order of convergence of Newton-Raphson method?

(b) তলৰ *(i)* আৰু *(ii)* দুয়োটাৰে উত্তৰ কৰিবা অথবা কেৱল *(iii)*ৰ উত্তৰ কৰিবা :

Answer *either* [*(i)* and *(ii)*] or *(iii)* below :

(i) πৰ এটা আসন্ন মান $\dfrac{22}{7}$ বুলি দিয়া হৈছে আৰু ইয়াৰ প্ৰকৃত মান হ'ল 3·1415926. ইয়াৰ পৰম ত্ৰুটি আৰু আপেক্ষিক ত্ৰুটি নিৰ্ণয় কৰা। 1+1=2

An approximate value of π is given by $\frac{22}{7}$, and its true value is 3·1415926. Find the absolute error and relative error.

(ii) এটা অৰৈখিক সমীকৰণ $f(x)=0$ৰ মূল নিৰ্ণয় কৰিবলৈ ছেদক পদ্ধতিৰ পুনৰাবৃত্তিমূলক সূত্ৰটো লিখা। ছেদক পদ্ধতিৰ অভিসৰণৰ আসন্ন হাৰ কিমান? 1+1=2

Write the iterative formula of the secant method to find a root of a nonlinear equation $f(x)=0$. What is the approximate rate of convergence of the secant method?

(iii) দ্বিখণ্ডন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $e^x-3x=0$ সমীকৰণটোৰ এটা মূল দশমিকৰ চাৰিটা স্থানলৈ শুদ্ধকৈ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Compute one root of the equation $e^x-3x=0$ by the bisection method, correct to four decimal places.

(c) নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $\sqrt{N}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ এটা পুনৰাবৃত্তিমূলক সূত্ৰ উলিওৱা, য'ত N এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু ইয়াৰ সহায়ত $\sqrt{11}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 2+2=4

Find an iterative formula to find $\sqrt{N}$ using Newton-Raphson method, where N is a positive integer and hence find $\sqrt{11}$.

অথবা / **Or**

নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $3x-\cos x-1=0$ সমীকৰণটোৰ এটা ধনাত্মক মূল দশমিকৰ চাৰিটা স্থানলৈ শুদ্ধকৈ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Determine a positive root of the equation $3x-\cos x-1=0$ by Newton-Raphson method, correct to four decimal places.

2. *(a)* গাউস-জৰ্ডান পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলত দিয়া সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰা : 4

Apply Gauss-Jordan method to solve the following system of equations :

$$x+2y+z=3$$
$$2x+3y+3z=10$$
$$3x-y+2z=13$$

(b) গাউস-ছেইডেল পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলত দিয়া ৰৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীটো দশমিকৰ পাঁচটা শুদ্ধ স্থানলৈ সমাধান উলিওৱা : 5

Solve the following system of linear equations using Gauss-Seidel method, correct up to five decimal places :

$$27x+6y-z=85$$
$$6x+15y+2z=72$$
$$x+y+54z=110$$

অথবা / Or

গাউস-জাক'বি পুনৰাবৃত্তি পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলত দিয়াবোৰৰ সমাধান কৰা :

Apply Gauss-Jacobi iteration method to solve the following :

$$x + 10y + z = 6$$
$$10x + y + z = 6$$
$$x + y + 10z = 6$$

3. *(a)* প্ৰমাণ কৰা যে

Prove that

$$\Delta^2 y_0 = \nabla^2 y_2$$ 1

(b) দিয়া আছে—

$\sqrt{12500} = 111 \cdot 8034$, $\sqrt{12510} = 111 \cdot 8481$,
$\sqrt{12520} = 111 \cdot 8928$, $\sqrt{12530} = 111 \cdot 9375$,

অন্তৰ্বেশন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $\sqrt{12505}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 3

Given—

$\sqrt{12500} = 111 \cdot 8034$, $\sqrt{12510} = 111 \cdot 8481$,
$\sqrt{12520} = 111 \cdot 8928$, $\sqrt{12530} = 111 \cdot 9375$,

find the value of $\sqrt{12505}$, by using the method of interpolation.

(c) লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো প্ৰতিপাদন কৰা। 5

Deduce Lagrange's interpolation formula.

অথবা / Or

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে

By means of Lagrange's interpolation formula, prove that

$$y_1 = y_3 - 0 \cdot 3(y_5 - y_{-3}) + 0 \cdot 2(y_{-3} - y_{-5})$$

4. *(a)* সংখ্যাত্মক অনুকলন বুলিলে কি বুজা? 1

What do you mean by numerical integration?

(b) সংখ্যাত্মক অনুকলনত ব্যৱহৃত দ্বিসামান্তৰিক নিয়মৰ সূত্ৰটো প্ৰতিষ্ঠা কৰা। 4

Establish the formula of trapezoidal rule used in numerical integration.

অথবা / Or

$h = 0 \cdot 2$ ধৰি লৈ চিম্পচনৰ $\frac{3}{8}$ পদ্ধতিৰে $\int_4^{5 \cdot 2} \log x \, dx$ অনুকলনটোৰ মান উলিওৱা।

Using Simpson's $\frac{3}{8}$ rule, calculate the integral $\int_4^{5 \cdot 2} \log x \, dx$ by taking $h = 0 \cdot 2$.

PEOLI PHUKAN COLLEGE,

(c) ঠিক পাঁচটা ফলনাত্মক মান গ্ৰহণ কৰি [0, 1] পৰিসৰত বুলৰ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি $f(x) = 1 + e^{-x} \sin 4x$ৰ অনুকলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Use Boole's rule to evaluate the integral of $f(x) = 1 + e^{-x} \sin 4x$ over the interval [0, 1], employing exactly five functional evaluations.

অথবা / **Or**

চিম্পচনৰ এক-তৃতীয়াংশ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি $\int_0^6 \frac{dx}{(1+x)^2}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Using Simpson's one-third rule, evaluate $\int_0^6 \frac{dx}{(1+x)^2}$.

5. *(a)* $y(x_0) = y_0$ প্ৰাৰম্ভিক চৰ্ত সাপেক্ষে $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ সমীকৰণটো সমাধান কৰিবলৈ ৰুংগে-কুট্টাৰ দ্বিতীয় ক্ৰমৰ সূত্ৰটো লিখা। 1

Write down Runge-Kutta formula of second order to solve $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ with initial condition $y(x_0) = y_0$.

(b) অয়লাৰৰ সংখ্যাত্মক পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2$$

সমীকৰণটোৰ $x = 0 \cdot 1,\ 0 \cdot 2,\ 0 \cdot 3$ত সমাধান উলিওৱা, য'ত প্ৰাৰম্ভিক চৰ্ত $y(0) = 1$ আৰু পদক্ষেপৰ দৈৰ্ঘ্য $h = 0 \cdot 1$. 3

By Euler's numerical method, solve the equation

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2$$

with initial condition $y(0) = 1$ at $x = 0 \cdot 1,\ 0 \cdot 2,\ 0 \cdot 3$ by taking $h = 0 \cdot 1$.

(c) চতুৰ্থ ক্ৰমৰ ৰুংগে-কুট্টা পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x = 0 \cdot 1$ আৰু $x = 0 \cdot 2$ বিন্দুৰ বাবে yৰ আসন্ন মান উলিওৱা, য'ত $y = 1$ যেতিয়া $x = 0$ আৰু $\frac{dy}{dx} = x + y$. 5

Use Runge-Kutta method of fourth order to approximate y when $x = 0 \cdot 1$ and $x = 0 \cdot 2$, given that $y = 1$ when $x = 0$ and $\frac{dy}{dx} = x + y$.

অথবা / **Or**

চতুৰ্থ ক্ৰমৰ ৰুংগে-কুট্টা পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $h = 0{\cdot}1$ পদক্ষেপৰ দৈৰ্ঘ্য লৈ $\frac{dy}{dx} = xy,\ y(1) = 2$ সমীকৰণটোৰ বাবে $x = 1{\cdot}2$ বিন্দুত সংখ্যাত্মক সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

Using Runge-Kutta method of fourth order, find the numerical solution at $x = 1{\cdot}2$ for $\frac{dy}{dx} = xy,\ y(1) = 2$, assume the step length $h = 0{\cdot}1$.

★★★