

**3 SEM FYUGP MINSTS3**

**2025**

( Nov/Dec )

STATISTICS

( Minor )

Paper : MINSTS3

( **Statistical Inference** )

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :  $1 \times 5 = 5$

Choose the correct answer from the following  
alternatives :

(a)  $n$ -স্বতন্ত্ৰ মাত্ৰাৰ বাবে  $\chi^2$ -বন্টনৰ গড় হ'ব

The mean of a  $\chi^2$ -distribution with  $n$  df is

(i)  $\sqrt{n}$

(ii)  $n^2$

(iii)  $n$

(iv)  $2n$

26P/423

( Turn Over )



( 2 )

(b)  $t$ -বন্টনৰ আযুগ্মজনক ফলন হ'ল

The m.g.f. of  $t$ -distribution is

(i) 0

(ii)  $n$

(iii)  $n - 2$

(iv) (সংজ্ঞাবদ্ধ নহয়)  
undefined

(c) আকলন এই ক্ষেত্ৰতহে সম্ভৱ যদিহে ই এটা

Estimation is possible only in case of a

(i) প্ৰাচল

parameter

(ii) প্ৰতিদৰ্শ

sample

(iii) যাদৃচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শ

random sample

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

( 3 )

(d)  $MLE(\sigma^2) = s^2$ , প্ৰতিদৰ্শ প্ৰসৰণ হ'ল

$MLE(\sigma^2) = s^2$ , sample variance is

(i) সংগত আৰু অনভিনত আকলক  
consistent and unbiased estimator

(ii) সংগত কিন্তু অনভিনত আকলক নহয়  
consistent but not unbiased  
estimator

(iii) অকল সংগত আকলক  
only consistent estimator

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
None of the above

(e) এটা পৰীক্ষাৰ শক্তি হ'ল  
Power of a test is

(i)  $P\{x \in w | H_1\}$

(ii)  $P\{x \in w | H_0\}$

(iii)  $P\{x \in \bar{w} | H_0\}$

(iv)  $P\{x \in \bar{w} | H_1\}$

য'ত  $w$  ক্ৰান্তীয় ক্ষেত্ৰ।

where  $w$  is critical region.

26P/423

( Continued )

26P/423

( Turn Over )

( 4 )

2. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো পাঁচটা) :  $2 \times 5 = 10$

Answer the following questions (any five) :

- (a)  $\chi^2$ -বৰ্ণনৰ মাধ্যম নিৰ্ণয় কৰা।  
Find the mean of  $\chi^2$ -distribution.
- (b)  $F$ -বৰ্ণনৰ ব্যৱহাৰসমূহ লিখা।  
Write the uses of  $F$ -distribution.
- (c) সংগত আকলকৰ সংজ্ঞা দিয়া।  
Define consistent estimator.
- (d) এটা ভাল আকলকৰ গুণগুণসমূহ কি কি?  
What are the properties of a good estimator?
- (e) এক সমান শক্তিশালী পৰীক্ষা ব্যাখ্যা কৰা।  
Explain UMP test.
- (f) ক্ৰান্তিক ক্ষেত্ৰ আৰু শ্ৰেষ্ঠতম ক্ৰান্তিক ক্ষেত্ৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।  
Define CR and BCR.
- (g) ক্ৰান্তিক ক্ষেত্ৰৰ শক্তি কি?  
What is power of CR?
3.  $\chi^2$ -বৰ্ণনৰ সংজ্ঞা দিয়া।  $\chi^2$ -বিচৰ যোগৰ ধৰ্ম উল্লেখ কৰি  
প্ৰমাণ কৰা।  $2+5=7$   
Define  $\chi^2$ -distribution. State the additive property of  $\chi^2$ -variate and prove it.

26P/423

( Continued )

26P/423

( Turn Over )

( 5 )

অথবা / Or

'ষ্টুডেণ্ট  $t$ ' প্ৰতিদৰ্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ষ্টুডেণ্ট  $t$  পৰীক্ষাৰ  
অভিধাৰণাসমূহ কি কি? ইয়াৰ ব্যৱহাৰসমূহ উল্লেখ কৰা।  $1+2+4=7$   
Define 'Student's  $t$ ' statistic. What are the  
assumptions of Student's  $t$ -test? Mention its  
uses.

4. পৰ্যাপ্ত প্ৰতিদৰ্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ধৰা হ'ল  $x_1, x_2, \dots, x_n$   
এটা যাদৃচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শক প্ৰসামান্য সমষ্টি  $N(\mu, \sigma^2)$ ৰ পৰা লোৱা  
হৈছে।  $\sigma^2$ ৰ এটা পৰ্যাপ্ত আকলক নিৰ্ণয় কৰা।  $2+6=8$   
Define sufficient statistic. Let  $x_1, x_2, \dots, x_n$  be  
a random sample drawn from a normal  
population  $N(\mu, \sigma^2)$ . Find the sufficient  
estimator of  $\sigma^2$ .

অথবা / Or

শকতা ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ধৰা হ'ল  $x_1, x_2, \dots, x_n$  এটা  $n$   
আকাৰৰ যাদৃচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শক মাধ্যম  $\mu$  আৰু প্ৰসৰণ  $\sigma^2$  যুক্ত এটা  
প্ৰসামান্য বৰ্ণনৰ পৰা লোৱা হৈছে।  $\mu$  আৰু  $\sigma^2$  ৰ বৃহত্তম  
শকতা আকলক নিৰ্ণয় কৰা।  $2+6=8$   
Define likelihood function. Let  $x_1, x_2, \dots, x_n$  be  
a random sample drawn from a normal  
distribution with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2$ .  
Estimate MLE for  $\mu$  and  $\sigma^2$ .

26P/423

( Continued )

26P/423

( Turn Over )

5. প্রথম আৰু দ্বিতীয় প্ৰকাৰৰ ত্ৰুটিৰ সংজ্ঞা দিয়া। ধৰা হওক এটা প্ৰতিদৰ্শৰ আকাৰ 1 তলৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ পৰা লোৱা হৈছে

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}; \quad x > 0$$

$H_0: \lambda = 1$  ৰ বিপৰীতে  $H_1: \lambda = \frac{4}{3}$  পৰীক্ষা কৰিবলৈ বিজ্ঞ প্ৰকল্প অগ্ৰাহ্য হ'ব যদিহে  $x > 3 \cdot 20$ . প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় প্ৰকাৰৰ ত্ৰুটি সংঘটিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা। পৰীক্ষাৰ শক্তিও নিৰ্ণয় কৰা। 2+6=8

Define type-I and type-II errors. Suppose a sample of size 1 is drawn from a p.d.f.

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}; \quad x > 0$$

For testing  $H_0: \lambda = 1$  against  $H_1: \lambda = \frac{4}{3}$ , the  $H_0$  is rejected if  $x > 3 \cdot 20$ . Calculate the probability of committing type-I and type-II errors. Also calculate the power of the test.

অথবা / Or

নেইমেন-পিয়েরছনৰ প্ৰমেয় কি? ইয়াক প্ৰমাণ কৰা। 8

What is Neyman-Pearson lemma? Prove it.

6. শক্ততা অনুপাত ব্যাখ্যা কৰা। ৱাল্ড'ৰ অনুক্ৰমিক সম্ভাৱিতা অনুপাত কি? ইয়াৰ গুণসমূহ লিখা। 6+6=12

Explain likelihood ratio test. What is Wald's SPRT? Write its properties.

অথবা / Or

ধৰা হ'ল যাদৃচ্ছিক চলক  $x_1, x_2, \dots, x_n$  বোৰ স্বতন্ত্ৰ আৰু একক  $N(\mu, 1)$  বিস্তাৰিত, য'ত  $\mu$  অজ্ঞাত।  $H_0: \mu = \mu_0$  ৰ বিপৰীতে  $H_1: \mu = \mu_1$  পৰীক্ষা কৰিবলৈ অনুক্ৰমিক সম্ভাৱিতা অনুপাত পৰীক্ষা নিৰ্ণয় কৰা।

12

Suppose that the random variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are iid  $N(\mu, 1)$  with unknown  $\mu$ . Determine SPRT for testing  $H_0: \mu = \mu_0$  against  $H_1: \mu = \mu_1$ .

\*\*\*