

2 SEM TDC GEMT (CBCS) 2 (A/B)

2022

(June/July)

MATHEMATICS

(Generic Elective)

Paper : GE-2

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Paper : GE-2 (A)

(Differential Equations)

1. (a) Write the degree of the differential equation given by

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + 2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^5 + 3 \frac{dy}{dx} = 10e^{2x}$$

1

- (b) Find the differential equation of the family of curves $y = e^x(A \cos x + B \sin x)$, where A, B are arbitrary constants.

3

(2)

(c) Solve (any two) :

4×2=8

(i) $(1+x)y dx + (1-y)x dy = 0$

(ii) $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$

(iii) $(xy^2 + 2x^2y^3) dx + (x^2y - x^3y^2) dy = 0$

(d) Define an integrating factor. Solve the differential equation

$$\left(y + \frac{y^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) dx + \frac{1}{4}(x + xy^2) dy = 0$$

1+3=4

2. (a) Solve (any three) :

4×3=12

(i) $p^2 - 7p + 12 = 0, p = \frac{dy}{dx}$

(ii) $y = 2px + y^2 p^3$

(iii) $y = px + ap(1 - p)$

(iv) $y = 2px - p^2$

(b) Show that the solutions e^x, e^{-x}, e^{2x} of

$$\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

are linearly independent.

4

(c) Solve by reducing its order

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} - x^2y = 0$$

4

Or

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4}y = 0$$

3. (a) Write the complementary function of the differential equation $(D^2 + D - 6)y = x$. 2

(b) Solve (any one) : 4

(i) $(D^2 + 9)y = 3e^{2x} + 4\sin x$

(ii) $(D^3 + 8)y = x^4 + 2x + 1$

(c) Solve by method of variation of parameter : 6

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

Or

Solve the simultaneous equations :

$$\frac{dx}{dt} + 2 \frac{dy}{dt} - 2x + 2y = 3e^t$$

$$3 \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 4e^{2t}$$

(d) Solve :

4

$$(y + z) dx + dy + dz = 0$$

4. (a) Form the partial differential equation of all spheres of radius a having centre in the xy -plane.

3

(b) Define particular integral and general integral of a partial differential equation.

2

(c) Solve (any one) :

4

(i) $yzp + zxq = xy$

(ii) $x(y - z)p + y(z - x)q = z(x - y)$

(d) Solve by Charpit's method (any one) :

7

(i) $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$

(ii) $(p^2 + q^2)y = qz$

5. (a) Write the condition for a linear partial differential equation of second order with two independent variables to be hyperbolic.

1

(b) Classify the following second order PDE : 2×4=8

$$(i) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$(ii) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$(iii) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$(iv) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

(c) Classify the equation

$$(1-x^2) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2x \frac{\partial z}{\partial x} + 6x^2 y \frac{\partial z}{\partial y} - 6z = 0 \quad 3$$

Paper : GE-2 (B)

(Econometrics)

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : 1×8=8

Choose the correct answer :

(a) তলৰ কোনটো ক্ৰটি কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল সাৰ্থকতা স্তৰ ?

Level of significance is the probability of committing which of the following errors?

(i) প্ৰথম প্ৰকাৰ ক্ৰটি

Type I error

(ii) দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ক্ৰটি

Type II error

(iii) প্ৰথম প্ৰকাৰ ক্ৰটি অথবা দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ক্ৰটি

Either Type I error or Type II error

(iv) দুয়োবিধ ক্ৰটিৰ যোগফল

Both the errors taken together

(b) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ Parameter হ'ল

Parameter(s) of normal distribution is/are

(i) μ (ii) σ (iii) μ, σ (iv) λ

(c) মূক চলক (Dummy variable)ৰ মান হ'ল
Dummy variable takes the values

(i) 1, 2

(ii) 0, 1

(iii) যি কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা
any natural number

(iv) অপৰিমেয় সংখ্যা
irrational number

(d) প্ৰয়োজনীয় চলক এটা আঁতৰাই দিলে আকলন
(estimate) হ'ব

Dropping of a relevant variable causes
the estimate to be

(i) পক্ষপাতযুক্ত / biased

(ii) পক্ষপাত শূন্য / unbiased

(iii) অনিৰ্ণায়ক / indeterminate

(iv) ওপৰৰ আটাইবোৰ / All of the above

(e) ডাৰ্বিন-ৱাট্‌চন d -সূচকৰ প্ৰসাৰ হ'ল

The range of Durbin-Watson d -statistic
is

(i) 0ৰ পৰা 2 লৈ / 0 to 2

(ii) -2ৰ পৰা 2 লৈ / -2 to 2

(iii) 2ৰ পৰা 4 লৈ / 2 to 4

(iv) 0ৰ পৰা 4 লৈ / 0 to 4

(f) $\hat{\theta}$, θ -ৰ পক্ষপাতশূন্য estimator হ'ব যদিহে
 $\hat{\theta}$ is an unbiased estimator of θ if

(i) $E(\hat{\theta}) = 0$ (ii) $E(\hat{\theta}) > \theta$

(iii) $E(\hat{\theta}) < \theta$ (iv) $E(\hat{\theta}) \neq \theta$

(g) t-বণ্টনৰ বৈষম্য গুণাংক হ'ল

Coefficient of skewness of t-distribution is

(i) 0 (ii) 1

(iii) ∞ (iv) -1

(h) দুটা স্বাধীন চলকযুক্ত এটা সমাপ্রয়ণ আৰ্হিত সাধাৰণ সহসম্বন্ধ গুণক (r) ব্যৱহাৰ হ'ব পাৰে তলৰ কোনটো নিৰ্ণয়ৰ বাবে ?

In a regression model with two independent variables, simple correlation coefficient (r) can be used to detect which of the following?

(i) বিষম-বিচালিতা
heteroscedasticity

(ii) স্বয়ং সহসম্বন্ধ
autocorrelation

(iii) বহু-সংৰেখতা
multicollinearity

(iv) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা
specification problem

2. তলৰ যি কোনো চাৰিটাৰ চমু টোকা লিখা : $4 \times 4 = 16$

Write short notes on any *four* of the following :

(a) নিয়ন্ত্ৰিত R^2

Adjusted R^2

(b) গছ-মাৰ্কভ উপপাদ্য

Gauss-Markov theorem

(c) ডাৰ্বিন-ৱাট্চন d -সূচক

Durbin-Watson d -statistic

(d) বিস্তৃত আৰু বিকল্প প্ৰকল্প

Null and Alternate hypotheses

(e) χ^2 -বণ্টন

χ^2 -distribution

(f) F -বণ্টন

F -distribution

3. (a) (i) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।

Mention the properties of normal distribution.

(ii) t -পৰীক্ষাৰ ব্যৱহাৰসমূহ চমুকৈ আলোচনা কৰা।

$7+5=12$

Briefly discuss the uses of t -test.

অথবা / Or

(b) (i) আকলক (estimator) এটাৰ আশা কৰা বৈশিষ্ট্যসমূহ ব্যাখ্যা কৰা।

Describe the desirable properties of an estimator.

(ii) পৰীক্ষা এটাৰ শক্তি কি? ই দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ত্ৰুটিৰ সৈতে কেনেদৰে জড়িত, লিখা। 8+2+2=12

What is power of a test? Write how it is related to type II error.

4. (a) (i) সমাশ্ৰয়ণ সমীকৰণ $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ ৰ পৰা $\hat{\alpha}$ আৰু $\hat{\beta}$ সাধাৰণ নূন্যতম বৰ্গ আকলক (estimators) নিৰ্ণয় কৰা।

Given the regression equation $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$, derive the ordinary least square estimators $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$.

(ii) আকলক (estimator)-ৰ সংজ্ঞা দিয়া। 9+2=11
Define estimator.

অথবা / Or

(b) নিম্নপ্ৰদত্ত তথ্যৰ পৰা বৈখিক সমাশ্ৰয়ণ সমীকৰণ Y ৰ ওপৰত X আৰু X ৰ ওপৰত Y আকলন (estimate) কৰা :

11

Estimate linear regression equations of Y on X and X on Y for the following data :

X	:	1	2	3	4	6
Y	:	3	2	5	4	8

5. (a) প্রকল্প এটাৰ সাৰ্থকতা পৰীক্ষাৰ লগত জড়িত পদক্ষেপসমূহ ব্যাখ্যা কৰা। 11

Explain the steps in testing a hypothesis.

অথবা / Or

- (b) মূক চলক কি? ইয়াৰ ব্যৱহাৰসমূহ কি কি? মূক চলক ফাৰ্মাৰ ধাৰণাটো এটা উদাহৰণৰ সৈতে ব্যাখ্যা কৰা।
2+5+4=11

What is dummy variable? What are its uses? Explain with an example the concept of dummy variable trap.

6. (a) বহু-সংৰেখতা কি? ইয়াৰ পৰিণামসমূহ কি কি? বহু-সংৰেখতাৰ নিৰাময়ৰ উপায়সমূহ আলোচনা কৰা।
2+2+7=11

What is multicollinearity? What are its consequences? Discuss the remedies of multicollinearity.

অথবা / Or

- (b) (i) বিষম-বিচালিতা কি? ইয়াৰ কাৰণসমূহ কি কি? What is heteroscedasticity? What are its causes?
(ii) সংস্থাপিত অভিধাৰণাবোৰ ভংগ কৰাৰ পৰিণামবোৰ উল্লেখ কৰা। 2+4+5=11

Mention the consequences of violation of the classical assumptions.

7. (a) নির্ধারণ সমস্যা (পক্ষপাত) কি? ইয়াৰ বিভিন্ন ধৰণবোৰ কি কি? ধৰি লোৱা, এটা শুদ্ধ মডেল হ'ল $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$. কিন্তু, শুদ্ধ মডেলটোৰ পৰিৱৰ্তে তুমি আকলন কৰা মডেলটো হ'ল $Y = \alpha^* + \beta_1^* X_1 + u$. ইয়াৰ পৰিণামসমূহ দৰ্শোৱা।

2+4+5=11

What is specification problem (bias)? What are its different forms? Suppose, a true model is $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$. But, instead of the true model you have estimated the model $Y = \alpha^* + \beta_1^* X_1 + u$. Show the consequences.

অথবা / Or

- (b) নির্ধারণ সমস্যা (পক্ষপাত)ৰ পৰিণামসমূহ কি কি? নির্ধারণ সমস্যা নিৰ্ণয় কৰাৰ ক্ষেত্ৰত যি কোনো এটা পৰীক্ষা আলোচনা কৰা।

6+5=11

What are the consequences of specification problem (bias)? Discuss any one test to detect the specification problem.
