

Total No. of Printed Pages—15

**2 SEM TDC GEMT (CBCS) 2 (A/B)**

**2023**

( May/June )

**MATHEMATICS**

( Generic Elective )

Paper : GE-2

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

Paper : GE-2 (A)

**( Differential Equations )**

1. (a) অৱকল সমীকৰণৰ অনুকল উৎপাদক বুলিলে কি বুজা ? 1  
What do you mean by an integrating  
factor of a differential equation?
- (b) দেখুওৱা যে তলৰ অৱকলীয় সমীকৰণটো যথার্থ নহয় : 1  
Show that the following differential  
equation is not exact :

$$y dx + 2x dy = 0$$

P23/936

( Turn Over )

( 2 )

( 3 )

- (c) ইংরেজি পদ্ধতি ব্যবহার কবি তলব অরকলীয় সমীকরণটো সমাধান কবা : 2

Solve by the method of inspection of the following differential equation :

$$x dy - y dx = xy^2 dx$$

- (d) বি কোনো তিনিটা সমাধান কবা : 4×3=12

Solve any three :

(i)  $(2x - y + 1) dx + (2y - x - 1) dy = 0$

(ii)  $y(1 + xy) dx + x(1 - xy) dy = 0$

(iii)  $(x^2 y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2 y) dy = 0$

(iv)  $(x^2 + y^2 + 1) dx - 2xy dy = 0$

(v)  $x dy - y dx + a(x^2 + y^2) dx = 0$

2. (a) দেখুওবা যে  $1, x, x^2$  ফলনকেইটা বৈধিকভাবে স্বতন্ত্র। 2

Show that the functions  $1, x, x^2$  are linearly independent.

- (b) প্রথম ক্রম আক তিনি ঘাতব অরকল সমীকরণ এটা লিখ। 1

Write a differential equation of order one and degree three.

- (c) বি কোনো দুটা সমাধান কবা : 3×2=6  
Solve any two :

(i)  $xy(p^2 + 1) = (x^2 + y^2) p$

(ii)  $y = 3x + \log p$

(iii)  $y^2 \log y = xpy + p^2$

- (d) প্রমাণ কবা যে অরকল সমীকরণ  $y'' - 5y' + 6y = 0$  ব সমাধান  $e^{2x}$  আক  $e^{3x}$  বৈধিকভাবে স্বতন্ত্র। উক্ত সমীকরণ  $y(0) = 0$  আক  $y'(0) = 1$  চর্তসাপেক্ষে বিশেষ সমাধান  $y(x)$  নির্ণয় কবা। 6

Show that  $e^{2x}$  and  $e^{3x}$  are linearly independent solutions of  $y'' - 5y' + 6y = 0$  and find the solution  $y(x)$  with the properties  $y(0) = 0$  and  $y'(0) = 1$ .

- (e) বনস্থিযান ব্যবহার কবি দেখুওবা যে  $x, x^2, x^3$  ফলনকেইটা স্বতন্ত্র। এই স্বতন্ত্র সমাধানকেইটাক নির্দেশ কবা অরকল সমীকরণটো নির্ণয় কবা। 5

Use Wronskian to show that  $x, x^2, x^3$  are independent. Determine the differential equation with these as independent solutions.

( 4 )

অথবা / Or

যদি  $y = e^{2x}$

$$(2x+1) \frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+1) \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

সমীকরণের এটা বিশেষ সমাধান হয়, তেজ্ঞে সমীকরণটোৰ ক্রম হ্রাস কৰি বৈখিকভাবে স্বত্ত্ব সমাধান উলিওৱা।

Given that  $y = e^{2x}$  is a solution of

$$(2x+1) \frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+1) \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

then find a linearly independent solution by reducing the order.

3. (a) যদি প্রক সংগত্বিত্ব বিমাত্রাব সমজাতীয় বৈখিক সমীকরণ এটাৰ সহায়ক সমীকরণৰ মূল  $2 \pm 3i$  হয়, তেজ্ঞে সমীকরণটোৰ সাধাৰণ সমাধান লিখা।

If  $2 \pm 3i$  are roots of the auxiliary equation corresponding to a certain second-order homogeneous linear equation with constant coefficient, then write the general solution.

- (b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

Solve any one :

(i)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$

(ii)  $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 3x^2 e^x$

P23/936

(Continued)

( 5 )

- (c) প্রাচলব ভেদ নিয়ম প্রয়োগ কৰি তলৰ সমীকরণটো সমাধান কৰা :

Apply the method of variation of parameters to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec x$$

অথবা / Or

সমাধান কৰা :

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x^3$$

- (d) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

Solve any one :

(i)  $(y^2 + yz) dx + (xz + z^2) dy + (y^2 - xy) dz = 0$

(ii)  $(yz + xyz) dx + (zx + xyz) dy + (xy + xyz) dz = 0$

4. (a) তলৰ আংশিক অৱকল সমীকরণটোৰ ক্রম আৰু ঘাত লিখা :

Write the order and degree of the following partial differential equation :

$$\left(1 + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)^2 = k \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^4$$

P23/936

(Turn Over)

( 6 )

(b) তলত দিয়া সমীকৰণটোৰ পৰা এটা আংশিক অৱকল সমীকৰণ গঠন কৰা : 2

Form a partial differential equation from the following equation :

$$z = a(x+y) + b$$

(c) চাৰপিটৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 6

Solve any one by Charpit's method :

(i)  $z = p^2 + q^2$

(ii)  $pxy + pq + qy = yz$

(d) ল্যাগ্ৰাঞ্জৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 6

Solve any one by Lagrange's method :

(i)  $x^2 p + y^2 q = z^2$

(ii)  $(1+y)p + (1+x)q = z$

5. (a) তলৰ সমীকৰণকেইটাৰ শ্ৰেণী বিভাজন কৰা : 3+3=6

Classify the following equations :

(i)  $t \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} + 5 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$

(ii)  $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

( 7 )

(b) যি কোনো দুটাৰ শ্ৰেণী বিভাজন কৰা : 2+2=4

Classify any two :

(i)  $10 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = 0$

(ii)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

(iii)  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(c) অধিবৃত্তীয় দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ এটা উদাহৰণ দিয়া। 1

Write an example of parabolic second-order partial differential equation.

(d) দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সাধাৰণ ৰূপ লিখা। 1

Write the general form of second-order partial differential equation.

Paper : GE-2 (B)

( Econometrics )

1. শুদ্ধ উত্তরটো বাছো উলিওবা/উত্তর দিয়া : 1×8=8

Choose the correct answer/Answer the following :

(a) প্রথম প্রকার ত্রুটি কবাব সম্ভাবিতা হ'ল

Probability of committing type I error is

(i) দ্বিতীয় প্রকার ত্রুটি

type II error

(ii) সার্থকতা স্তর

level of significance

(iii) সদায় শূন্য

always zero

(iv) অনির্ণায়ক

indeterminate

(b) ডাৰবিন-ৱাটসন  $d$ -সূচক তলৰ কোনটো নির্ণয়ৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয় ?Which of the following is detected by Durbin-Watson  $d$ -statistic?

(i) বিধম-বিচলিতা

Heteroscedasticity

(ii) বৃহৎ সহসম্বন্ধ

Autocorrelation

(iii) বহু-সংবেদ্যতা

Multicollinearity

(iv) নির্ধাৰণ সমস্যা

Specification problem

(c) প্রকট বহু-সংবেদ্যতাৰ ক্ষেত্ৰত

In case of severe multicollinearity

(i)  $t$  মানসমূহ মহত্বহীন হয় $t$  values are insignificant(ii)  $t$  মানসমূহ মহত্বপূৰ্ণ হয় $t$  values are significant

(iii) আকলনসমূহ পক্ষপাতমূলক হয়

estimates are biased

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(d) নিয়ন্ত্ৰিত  $R^2$ ৰ সূত্র হ'লThe formula for adjusted  $R^2$  is

(i)  $\bar{R}^2 = (1 - R^2) \frac{n - k}{n - 1}$

(ii)  $\bar{R}^2 = (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$

(iii)  $\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k}$

(iv)  $\bar{R}^2 = 1 - R^2$

( 10 )

- (e) গুৰু মডেল  $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \mu$  ব পৰিবৰ্তে আকল্পন কৰা মডেল  $Y = \beta_0^* + \beta_1^* X_1 + v$  হ'লে আকল্পকৰণ হ'ব

If the estimated model  $Y = \beta_0^* + \beta_1^* X_1 + v$  is the alternative model of  $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \mu$ , then the estimators will be

- (i) অনিৰ্ণায়ক  
indeterminate
  - (ii) শূন্য  
zero
  - (iii) পক্ষপাত শূন্য  
unbiased
  - (iv) পক্ষপাতযুক্ত  
biased
- (f) বিকল্প প্ৰকল্পৰ সংজ্ঞা দিয়া।  
Define null hypothesis.
- (g) স্বয়ং সহসংস্থকৰ এটা কাৰণ উল্লেখ কৰা।  
Mention one cause of autocorrelation.
- (h) BLUE মানে কি?  
What is BLUE?

P23/936

( Continued )

( 11 )

2. তলৰ বি কোনো চাৰিটাৰ ওপৰত চমু টোকা লিখা :  $4 \times 4 = 16$

Write short notes on any four of the following :

- (a) পৰীক্ষা এটাৰ শক্তি  
Power of a test
  - (b) স্বয়ং সহসংস্থকৰ পৰিণামসমূহ  
Consequences of autocorrelation
  - (c) সংস্থাপিত অতিধাৰণা  
Classical assumptions
  - (d) t-বন্টন  
t-distribution
  - (e) সার্থকতা স্তৰ  
Level of significance
  - (f) নিৰ্ধাৰণ সমস্যাৰ পৰিণামসমূহ  
Consequences of specification problem
3. (a) (i)  $\chi^2$ -পৰীক্ষাৰ ব্যৱহাৰসমূহ চমুকৈ আলোচনা কৰা। 5  
Briefly discuss the uses of  $\chi^2$ -test.

P23/936

( Turn Over )

- (ii) প্রথম প্রকার ত্রুটি আৰু দ্বিতীয় প্রকার ত্রুটিৰ মাজত পার্থক্য দৰ্শোৱা। প্রথম প্রকার ত্রুটি আৰু সার্থকতা স্তৰৰ মাজত সহজ উল্লেখ কৰা। 5+2

Distinguish between type I and type II errors. State the relationship between type I error and level of significance.

অথবা / Or

- (b) (i) প্রাসাম্য বন্টন, t-বন্টন আৰু F-বন্টনৰ অধীনস্থিত ব্যৱহাৰ সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা। 8

Discuss the uses of normal distribution, t-distribution and F-distribution in econometrics.

- (ii) আকলক এটাৰ পক্ষপাত শূন্য বৈশিষ্ট্যৰ বিষয়ে চমুকৈ ব্যাখ্যা কৰা। 4

Briefly explain the unbiasedness property of an estimator.

4. (a) সমাপ্রয়ণ সমীকৰণ  $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$  দিয়া থাকিলে গছ-মার্কভ উপপাদ্য প্রমাণ কৰা। 11

Given the regression equation  $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ , prove the Gauss-Markov theorem.

অথবা / Or

- (b) নিম্নপ্রদত্ত তথ্যৰ পৰা বৈকিক সমাপ্রয়ণ সমীকৰণ Y ৰ ওপৰত X আৰু X ৰ ওপৰত Y আকলন কৰা :

Estimate linear regression equations of Y on X and X on Y from the following data :

X	: 10	8	5	4	2	1
Y	: 4	6	5	6	8	9

5. (a) k-সংখ্যক চলক বৈকিক সমাপ্রয়ণ মডেল  $Y = X\beta + u$  ৰ OLS আকলক  $\beta$  ৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰি প্রমাণ কৰা। 11

Given the k-variable linear regression model  $Y = X\beta + u$ , state and prove the properties of the OLS estimator  $\hat{\beta}$ .

অথবা / Or

- (b) (i)  $R^2$  আৰু নিয়ন্ত্ৰিত  $R^2$  ৰ পার্থক্য দৰ্শোৱা। 5

Show the difference between  $R^2$  and adjusted  $R^2$ .

- (ii) সমাপ্রয়ণ সমীকৰণত মুক চলক কি কি কৰণত অন্তর্ভুক্ত কৰা হয়? মুক চলক কাণে সৃষ্টি কৰা সমস্যাটো কি? 3+3

Why we include dummy variable in regression equation? What is the problem created by dummy variable trap?

( Turn Over )

( 14 )

6. (a) পূর্ণ বহু-সংবেদনতা কি আৰু ইয়াৰ পৰিণাম কি? বহু-সংবেদনতা নিৰ্ণয় কৰাৰ উপায়সমূহ আলোচনা কৰা। 3+8

What is perfect multicollinearity and what is its consequence? Discuss the methods to detect multicollinearity.

অথবা / Or

- (b) বিষম-বিচালিতাৰ পৰিণামসমূহ কি কি? বিষম-বিচালিতা নিৰ্ণয় কৰা উপায়সমূহ আলোচনা কৰা। 3+8

What are the consequences of heteroscedasticity? Discuss the methods to detect heteroscedasticity.

7. (a) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা (পক্ষপাত)ৰ প্ৰকাৰসমূহ কি কি? ধৰি লোৱা, এটা শুদ্ধ মডেল হ'ল  $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + u$ . কিন্তু শুদ্ধ মডেলটোৰ পৰিবৰ্তে তুমি আকলন কৰা মডেলটো হ'ল  $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$ . ইয়াৰ পৰিণামসমূহ দৰ্শোৱা। 4+7

What are the types of specification problem (bias)? Suppose, a true model is  $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + u$ . But instead of the true model you have estimated the model  $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$ . Show the consequences.

P23/936

(Continued)

( 15 )

অথবা / Or

- (b) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা নিৰ্ণয় কৰা প্ৰচলিত পৰীক্ষাসমূহ আলোচনা কৰা। 11

Discuss the available tests to detect specification problem.

\*\*\*

P23—2000/936

2 SEM TDC GEMT (CBCS) 2 (A/B)